

## 電子回路における非線形現象

一般に電子回路の諸特性は線形微分方程式で表すことが出来、明確な解を持つ確定系と見なされているが、電子回路の設計、製作途中において、不規則で再現性のない振動現象を観測することが多々ある。この現象に電子回路技術者が直面した場合、外来ノイズの影響、部品選択、または、実装技術上の問題と考え、Cut and Try 的手法により、この好ましくない現象を何とか抑えこむことを試みる。しかしながら、本論では不規則に現れる振動現象の多くは電子回路の持つ非線形性にあると考え、電子回路の非線形性が電子回路システムの振舞いにどのような効果をもたらすかについて論じる。

振動現象は振動発生回路により示すことが出来、この基本は図 1 に示すコンデンサ C とインダクタ L からなる LC 共振回路である。

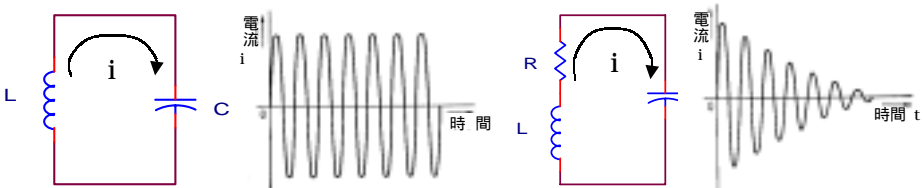


図 1 LC 共振回路 図 2 持続振動電流 図 3 実際の共振回路 図 4 減衰振動電流

LC 共振回路の状態方程式は式 1 の線形微分方程式で示される。よって、本回路中には図 2 に示す振動電流  $i$  が生じる。

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} i = 0 \quad \dots\dots \text{式1}$$

しかしながら、実際のインダクタ L や配線には、僅かながら、抵抗 R が存在するため、図 3 に示す R を含む LC 共振回路となり、この回路状態方程式は式 2 で示される。よって、実際に回路に流れる電流  $i$  は図 4 に示す減衰振動になる。すなわち、初めは振動していても、いつかは振動現象は消え去ってしまう。

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \quad \dots\dots \text{式2}$$

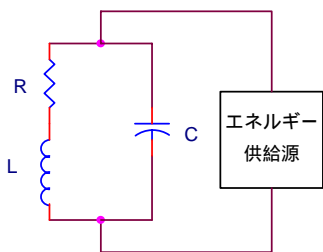


図5 持続振動回路の基本構成

次に振動現象が持続する条件について論じる。振動現象が持続するには、抵抗 R により散逸したエネルギーを供給するエネルギー源が必要である。一般には、トランジスタやオペアンプ等の能動素子により振動現象持続のためのエネルギーが供給される。この場合の基本構成を図5に示す。

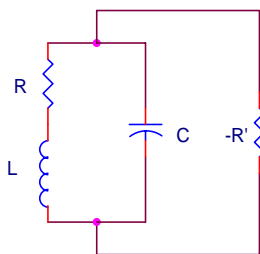


図6 負性抵抗振動発生回路

論を簡単にするため、トランジスタやオペアンプの代わりにエサキダイオード等の負性抵抗 $-R'$ を用いた負性抵抗振動発生回路を取り上げる。これを図6に示す。この回路状態方程式を式3により示す。

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{CRR' - L}{LCR'} \frac{di}{dt} + \frac{R' - R}{LCR'} i = 0 \quad \dots\dots \text{式3}$$

式3において、 $R' = L/CR$ の条件が成立する場合、式3の左辺2項が消え、式1と同じ微分方程式になるため、図2と同じ持続振動電流が生じる事により振動現象が持続する。しかしながら、各定数 $L, C, R, R'$ の値を条件 $R' = L/CR$ に合わせる事は非常に難しく、仮に合わせる事が出来たとしても、各定数の持つ温度係数のため、回路の周辺温度が変わるとその条件が成立しなくなる。 $R' > L/CR$ になると、図4に示す減衰振動になる。また、 $R' < L/CR$ となると、図7に示す成長振動になる。しかしながら、実際に観測する振動現象の多くは図8に示すように回路に電源を投入した初期の過渡現象として見られ、

その後、一定振幅の持続振動現象となる。

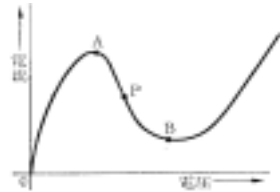
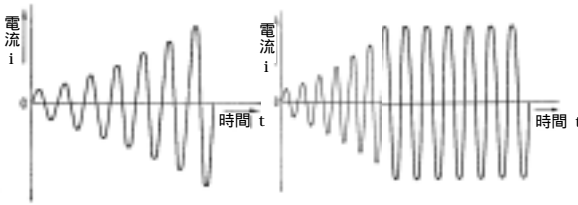


図 7 成長振動電流

図 8 実際の振動電流

図 9 エサキダイオードの特性

では、何故、一定の振動現象が持続するかとの問いに対して結論を先に言えば、回路の非線形性によると言える。例えば、エサキダイオードの場合、その特性は図 9 に示され、P 点近傍ではその特性は 1 次式で近似することは可能であるが、実際に使われる負性抵抗領域(A 点～B 点)での電圧・電流特性は式 4 の三次曲線で示される。

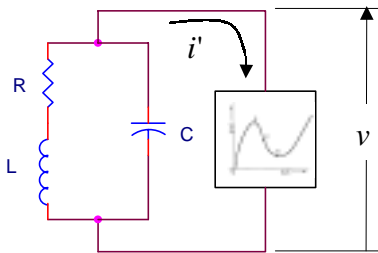


図 10 エサキダイオードによる負性抵抗振動発生回路

$$i' = -R'(v - \alpha v^3) \quad \dots\dots \text{式4}$$

ただし、 $i'$  はエサキダイオードに流れる電流、 $v$  はそのダイオードの両端電圧、 $\alpha$  は各ダイオードに固有な定数である。

よって、図 10 の負性抵抗振動発生回路において、共振回路の両端に発生する電圧は式 5 の非線形微分方程式により示される。

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = \left\{ \left( \frac{R'}{C} - \frac{R}{L} \right) - \frac{3\alpha R'}{C} v^2 \right\} \frac{dv}{dt} + (1 + RR')v + \alpha v^3 \quad \dots \text{式5}$$

負性抵抗振動発生回路について論じたが、オペアンプやトランジスタの入出力特性も非線形であるため、負性抵抗の場合と同じように非線形微分方程式に従い、一定振幅の振動が持続する。

以上の議論をまとめると、振動現象が持続するためには、次の 2 条件が必要である。

条件 1 回路にエネルギーの供給源があること。

条件 2 回路は非線形特性の要素を含むこと。

振動発生回路は非線形特性を有するため、回路の各パラメータを変えて振動周波数の変化を見ていると、パラメータの領域により次のような非線形特有の複雑性を示す現象が現れる。

- (1) 周波数が大きく違う 2 つの振動周波数が現れる。
- (2) パラメータを一定にしても周波数が変化し、その変化は周期性を持つ。
- (3) 周波数が著しく変動するか、もしくは複数の周波数成分を持つ高周波振動が突然現れる。

図 11 に高周波回路でよく見られる増幅器と低域フィルタからなる回路を示す。増幅器の非線形特性により生じる高調波成分を除去する目的のフィルタの出力が、実装等の何かの原因により、高周波的に増幅器の入力にフィードバックして、(1)、(2)、(3)項の異常振動現象がよく見られる。

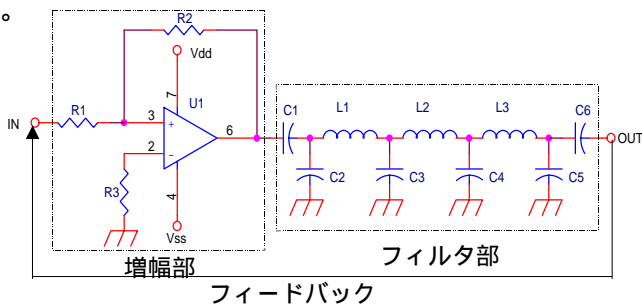


図 11 高周波回路における異常振動現象

- 文章、E-Mail による当社の承認なしに本資料の転載複製を禁じます。
- 本資料に記載の情報を使用して、当社もしくは第三者の知的所有権やその他の権利に対する保証、または実施権の許諾を行うものではありません。
- 本資料に記載の情報を使用に起因する第三者所有の権利に係わる問題が発生した場合、当社はその責任を負うものではありませんので、ご了承下さい。